

Étude de l'échantillonnage

Partie 2 : Intervalles de confiance

Notes de l'enseignant

Objectif

L'objectif de cette activité est d'examiner la relation entre l'erreur-type et l'écart-type de la population.

Résultats

Grâce à cette activité, les élèves pourront :

- appliquer les caractéristiques des distributions normales;
- comprendre le rôle du théorème central limite dans l'établissement d'intervalles de confiance;
- se faire une idée de l'influence de la taille de l'échantillon sur la variation des résultats des échantillons;
- représenter graphiquement les distributions des moyennes des échantillons et la proportion des échantillons et les interpréter.

Format

L'activité prendra la forme d'une discussion en classe que vous dirigerez vous-même. Les élèves seront invités à partager l'information. Pour faciliter la discussion, divisez la classe en petits groupes d'élèves.

Introduction

Il est important que les élèves se rendent compte qu'il est généralement impossible de recueillir des renseignements sur l'ensemble d'une population. L'objectif de l'échantillonnage est de tirer des conclusions plausibles sur une population en obtenant des renseignements auprès d'une fraction assez petite (un échantillon) de cette population. Pour cela, on doit savoir quelles formules employer pour traiter l'information ainsi recueillie et quel degré de confiance on peut en obtenir.

La leçon précédente sur l'étude de l'échantillonnage constituait la première étape vers la compréhension du concept d'intervalle de confiance.

Enseignement en classe

1. Distribution normale

Les élèves devraient se souvenir des pourcentages associés aux distributions normales :

Approximativement : 68 % des données sont comprises dans l'intervalle de plus ou moins un écart-type par rapport à la moyenne;
 95 % des données sont incluses dans l'intervalle de plus ou moins deux écarts-types par rapport à la moyenne;

99 % des données figurent dans l'intervalle de plus ou moins trois écarts-types par rapport à la moyenne.

Le concept de « plus ou moins un écart-type par rapport à la moyenne » peut nécessiter une explication (compris entre un écart-type au-dessus de la moyenne et un écart-type en dessous de la moyenne). Un diagramme pourrait aider les élèves à visualiser ce concept.

En utilisant 164,5 comme valeur de la moyenne et 2,28 comme valeur de l'écart-type, les élèves peuvent examiner les moyennes des échantillons fournies à l'annexe A. Le concept « dans un intervalle de plus ou moins un écart-type par rapport à la moyenne » permet d'obtenir le calcul suivant :

$$164,5 - 2,28 = 162,22 \cong 162,2$$

$$164,5 + 2,28 = 166,78 \cong 166,8$$

Les élèves peuvent examiner les moyennes des échantillons données à l'annexe A pour déterminer combien d'entre elles sont comprises dans l'intervalle de 162,2 à 166,8. (Réponse : 67 moyennes des échantillons se trouvent dans cet intervalle, tandis que 97 moyennes des échantillons figurent dans l'intervalle de 159,9 à 169,1.) Les résultats sont près de ce que l'on pourrait escompter d'une distribution normale. L'examen de l'histogramme permet de constater que la distribution n'est pas parfaitement normale.

2. Théorème central limite

Demandez aux élèves de discuter de leurs réponses en petits groupes ou avec l'ensemble de la classe.

Solutions de l'exercice :

Échantillon n° 2 : l'intervalle de 157,6 à 165,0 contient la moyenne de la population.

Échantillon n° 3 : l'intervalle de 164,6 à 172,0 renferme la moyenne de la population.

Échantillon n° 4 : l'intervalle de 165,5 à 172,9 *ne contient pas* la moyenne de la population.

En faisant cet exercice, les élèves constatent qu'un intervalle calculé comme nous l'avons décrit contiendra « très vraisemblablement » la moyenne de la population.

3. Projet

Assurez-vous que les élèves reconnaissent les caractéristiques de la population à partir de laquelle ils ont sélectionné un échantillon. Par exemple, s'agit-il de la

population totale d'élèves de 11^e année de l'école ou de la population d'élèves de 11^e année de l'école qui suivent le cours de mathématique? S'agit-il de la population totale d'élèves de l'arrondissement scolaire, de la province ou de l'ensemble du Canada? Il pourrait aussi être utile de discuter d'autres moyens de décrire le niveau de confiance. En voici quelques exemples :

« ...avec 95 % de confiance »

ou

« ...19 fois sur 20 ».

Collaboration : Anna Spanik, professeure de mathématiques, école secondaire Halifax West, Nouvelle-Écosse.